

Qüestions de 3 punts

1. Volem pintar els quadrats de la figura següent fent servir els colors A, B, C i D de manera que quadrats veïns no tinguen el mateix color (considerem que quadrats que compartixen un vèrtex també són veïns). Podeu veure que ja hem pintat alguns quadrats. Quines són les possibilitats per al quadrat ombrejat?

A	B			
C	D			
		B		
B				

A) pot ser tant C o D B) només B C) només C D) només D E) impossible

2. Quin dels nombres següents és el més gran?

A) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ E) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

3. El primer terme d'una progressió aritmètica és $\frac{1}{3}$ i el tercer terme de la progressió és $\frac{1}{5}$. Quin és el segon terme de la successió?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{5}{24}$ D) $\frac{7}{30}$ E) $\frac{2}{9}$

4. Maria ha comprat tres gots d'orxata, 5 fartons i 2 gelats. Curiosament, Laura ha comprat el mateix i, més curiosament encara, Rosa també ha comprat el mateix. Han pagat conjuntament. Quina de les quantitats següents en euros pot ser el que han pagat entre les tres?

A) 39,20 B) 38,20 C) 37,20 D) 36,20 E) 35,20

5. En un pla amb eixos de coordenats x , y , quantes línies rectes hi ha que passen pel punt $(0, 0)$ i per cap altre punt de la paràbola $y = x^2$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) N'hi ha infinites

6. Diem que un nombre natural és *notable* si té cinc xifres i conté les xifres 1, 2, 3, 4 i 5 exactament una vegada cadascuna. Quants nombres notables són divisibles per 15?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 60 E) 120

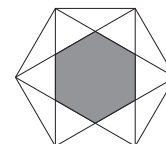
7. Quin és el nombre de xifres de $(1485301842673)^2$?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

8. Tomeu va a escola en bicicleta. De camí cap a l'escola la seua velocitat mitjana és x km/h. De tornada de l'escola, un fort vent de cara fa que la seua velocitat mitjana baixi a y km/h. Quina és la seua velocitat mitjana comptant els dos trajectes?

A) $\frac{x \cdot y}{2 \cdot (x + y)}$ B) $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ C) $\frac{2x \cdot y}{y + x}$ D) $\frac{x + y}{2}$ E) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{2}$

9. Es dibuixen les diagonals de l'hexàgon mostrades a la figura. L'àrea de l'hexàgon és igual a S . Quina és l'àrea de l'hexàgon interior ombrejat?



A) $\frac{1}{2}S$ B) $\frac{1}{3}S$ C) $\frac{1}{4}S$ D) $\frac{3}{4}S$ E) $\frac{1}{\sqrt{6}}S$

10. Josep va viure el primer terç de la seua vida a València i després se'n va anar a Alacant, on va viure un sext del seu temps. D'Alacant se'n va anar a Castelló, on va viure 12 anys. D'allí va anar a Barcelona, on va passar la meitat de la resta de la seua vida, i, finalment, se'n va anar a Palma, on va morir. A Palma va viure tant de temps com a Alacant. Quina edat tenia Josep quan va morir?

A) 48 B) 60 C) 64 D) 72 E) 78

Qüestions de 4 punts

11. Tenim 200 peixets en un aquari, l'u per cent dels quals són blaus, i la resta són grocs. Quants peixets grocs hem de llevar per aconseguir que els peixets blaus siguin el dos per cent dels peixets de l'aquari?

A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100

12. La circumferència de centre A i radi 13 cm talla la circumferència de centre B i radi 15 cm en dos punts P i Q. La longitud del segment PQ és de 24 cm. Quina és la longitud del segment AB?

A) 2 cm B) 5 cm C) 9 cm D) 14 cm E) 18 cm

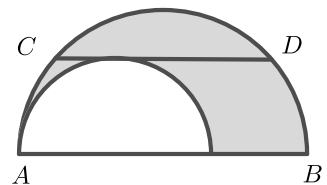
13. Dues tribus viuen en una illa. Els d'una tribu sempre diuen la veritat. Els de l'altra sempre diuen mentides. Tots saben si els altres diuen la veritat o diuen mentides. Un centenar dels habitants de l'illa seuen en un rogle circular. A tots se'ls planteja la mateixa pregunta: «És un mentider el teu veí de la dreta?». Quaranta-huit contesten «Sí» i cinquanta-dos contesten «No». Com a mínim, quants d'ells poden ser uns mentiders?

A) 2 B) 24 C) 48 D) 52 E) 96

14. En una bossa hi ha 6 peces d'escacs, 3 de les quals són negres i les altres 3 són blanques. Són el rei, un cavall i una torre de cada color. Quina és la probabilitat que, si traiem de la bossa 2 de les peces alhora, siguin un rei i un cavall?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{4}{15}$

15. Es consideren dos semicercles com els dibuixats en la figura. La corda CD, paral·lela al diàmetre AB del semicercle gran, toca el semicercle menut en un punt i té longitud 4. Quina és l'àrea de la regió ombrejada?



A) π B) $\frac{3}{2}\pi$ C) 2π D) 3π E) No es pot saber

16. Quants enters positius de dues xifres satisfan que el quadrat de la suma de les seues xifres és igual a la suma dels quadrats de les seues xifres?

A) 4 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

17. El producte de 3 nombres imparells distints i 1 nombre parell és 7!, mentre que la suma dels quatre nombres és 63. Quin és el nombre més gran dels quatre?

A) 35 B) 48 C) 64 D) 72 E) 105

18. El valor de l'expressió

$$\frac{\cos 1^\circ}{\sin 89^\circ} \cdot \frac{\cos 2^\circ}{\sin 88^\circ} \cdot \frac{\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ} \cdots \frac{\cos 88^\circ}{\sin 2^\circ} \cdot \frac{\cos 89^\circ}{\sin 1^\circ}$$

és igual a:

A) 0 B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

19. Sabem que $x_1 > 0$ i que

$$x_1 = 1 + \frac{1}{x_2}, \quad x_2 = 1 + \frac{1}{x_3}, \quad x_3 = 1 + \frac{1}{x_1}.$$

Quin és el valor de x_1 ?

A) $\sqrt{5}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ C) $1+\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{1}{2}$

20. El propietari d'una papereria compra a principi de curs una caixa de bolígrafs. Quan ha venut dues tercers parts de la caixa ja ha recuperat tres quarts parts de la seua inversió. Suposant que no canvia mai el preu de venda, quin serà el benefici, en percentatge, que obtindrà en vendre tota la caixa?

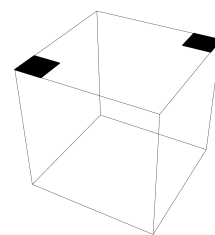
- A) 12% B) 12.5% C) 18% D) 25% E) 37.5%

Qüestions de 5 punts

21. Pere fa les operacions matemàtiques següents: primer, multiplica tots el nombres enters parells des de l'1 al 200; segon, multiplica tots els nombres enters des de l'1 al 50; tercer, dividix el primer resultat pel segon, i quart, dividix el nombre obtingut pel producte de tots el nombres enters senars (imparells) des de l'1 al 100. Quin resultat ha obtingut Pere?

- A) 1 B) 2^{50} C) 2^{100} D) 2^{150} E) 2^{200}

22. Toni té un cub de fusta. Mentre està dormint, però, el seu germà pinta de negre dos cantons oposats de cadascuna de les sis cares del cub. La figura mostra com li pot haver quedat la cara superior. Quan Toni desperta i es troba el cub així pintat, es posa a recomptar el nombre de cantons negres de cadascun dels 8 vèrtexs del cub. Així, n'obté 8 nombres que poden ser 0, 1, 2 o 4. Dels cinc conjunts de nombres, quin és el que Toni no ha pogut obtindre de cap manera?

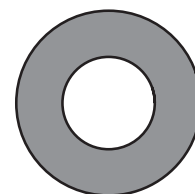


- A) 0,1,1,1,2,2,2,3 B) 0,0,0,1,2,3,3,3 C) 0,0,0,0,3,3,3,3 D) 1,1,1,1,1,1,3,3 E) 0,0,1,1,2,2,3,3

23. En una classe de l'institut cada xic és amic de 4 xiques i cada xica és amiga de 5 xics. Quants alumnes hi ha en la classe si hi ha tres xiques menys que xics?

- A) 21 B) 23 C) 27 D) 30 E) 33

24. La figura mostra el disseny d'una nova moneda. La corona circular exterior té un ample de 6 mm, mentre que la proporció entre l'àrea del cercle interior i l'àrea de la corona és d'1 a 3. Quin és el diàmetre en mil·límetres del cercle interior?



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

25. Quants nombres enters n hi ha tals que $\frac{n}{20-n}$ és un quadrat perfecte?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26. Supposem que cada lletra correspon a un valor enter entre 1 i 9, que lletres diferents corresponen a nombres diferents i que lletres iguals corresponen al mateix valor. Quin és el menor valor enter que por assolir l'expressió

$$\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}?$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

27. Quin és el resultat de la suma

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \cdots + \frac{1}{2023 \cdot 2025}?$$

- A) $\frac{1011}{2023}$ B) $\frac{1011}{2025}$ C) $\frac{1012}{2023}$ D) $\frac{1012}{2025}$ E) $\frac{1}{2}$

28. La successió a_n està definida per $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$ per a tot $n \geq 1$. Quin és el residu de dividir a_{2025} per 7?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 5

E) 6

29. El nombre $3^{32} - 1$ té exactament dos divisors entre 75 i 85. Quin és el producte dels dos divisors?

A) 5852

B) 6560

C) 6804

D) 6888

E) 6972

30. Quin és el valor de

$$\frac{2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2025}}}$$

A) 1

B) 2

C) 2^{2024}

D) 2^{2025}

E) 2^{2026}
